Übungsklausur Wahrscheinlichkeit (Verkehr) 11

Pflichtteil (ohne Hilfsmittel)

1) Bestimme die erste Ableitung von $f(x) = (5x+3)\cdot \sin(x)$. (2VP)

2) Berechne das Integral $\int_0^1 (2x-1)^2 dx$. (2VP)

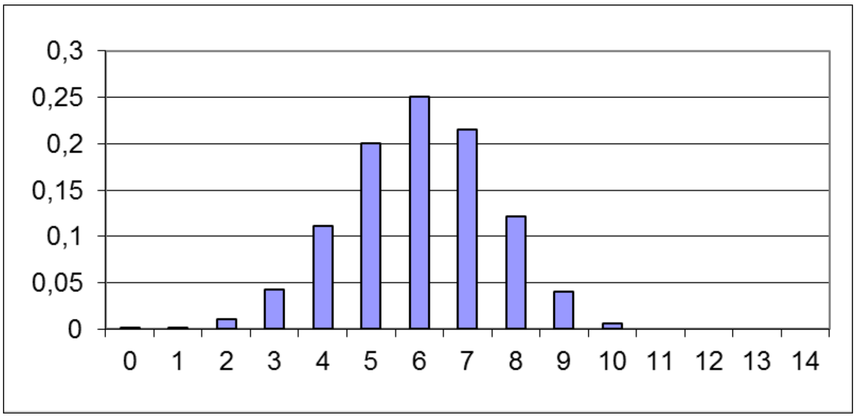
3) Gegeben ist das Schaubild einer Binomialverteilung mit ganzzahligem Erwartungswert. (3VP)
Es gilt $n = 10$.

a) Bestimme E(X) und p.

b) Berechne näherungsweise

(1) $P(4 < X < 7)$

(2) $P(X \neq 5)$



4) Ein Glücksrad mit den Zahlen von 3 bis 16 in gleichgroßen Sektoren wird gedreht.
Stephan schlägt Anna folgendes Spiel vor:
Stephan zahlt an Anna 3 Euro, wenn die Sektorenzahl eine Primzahl ist,
Anna zahlt Stephan 2 Euro, wenn die Sektorenzahl eine gerade Zahl ist.
Gib die Wahrscheinlichkeitsverteilung für die
Zufallsvariable X = „Gewinn von Stephan“ an.
Ist das Spiel fair? Begründe Deine Antwort. (4VP)

5) In einer Urne befinden sich 4 schwarze und 2 rote Kugeln.
Es werden zwei Kugeln mit Zurücklegen gezogen.

a) Berechne die Wahrscheinlichkeit dafür, dass mindestens eine der beiden Kugeln rot ist.

b) Wie viele rote Kugeln müssten sich neben den 4 schwarzen Kugeln im der Urne befinden, damit die Wahrscheinlichkeit, mindestens eine rote unter den gezogenen Kugeln zu haben, $\frac{21}{25}$ beträgt? (4VP)

Übungsklausur Wahrscheinlichkeit (Verkehr) 11
Wahlteil (mit WTR und Merkhilfe)

a) Autofahrer, die von Freiburg nach Emmendingen auf der B3 fahren, kommen an zwei Ampeln vorbei.
Die Erfahrung zeigt, dass die erste Ampel mit einer Wahrscheinlichkeit von 70% grün ist und ohne anhalten zu müssen passiert werden kann.

(1) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass für einen Autofahrer beide Ampeln hinter-einander grün sind, wenn auch die zweite Ampel mit 70% Wahrscheinlichkeit grün ist?

(2) Tatsächlich ist die Wahrscheinlichkeit, beide Ampeln ohne anhalten zu überqueren 58%. Berechne daraus die Wahrscheinlichkeit dafür, dass auch die zweite Ampel grün ist, wenn die erste grün war. (3VP)

b) Auf dieser Straße überschreiten 20% der Autofahrer in einer Baustelle die Geschwindigkeitsbegrenzung von 30km/h. Um die Sicherheit der Verkehrsteilnehmer und der Bauarbeiter zu erhöhen, hat die Stadt Freiburg einen „Blitzer“ zur Geschwindigkeitsmessung aufgestellt. Autofahrer, die sich nicht an die Geschwindigkeitsbegrenzung halten werden dadurch auf jeden Fall geblitzt.
Die Zufallsvariable X steht für die Anzahl der geblitzten Autofahrer.
Es werden 20 Fahrzeuge gemessen.

(1) Begründe, dass diese Geschwindigkeitsmessung als Bernoullikette interpretiert werden kann. Gib außerdem die Werte für n und p an.

(2) Gehe davon aus, dass es sich bei folgendem Zufallsexperiment um eine Bernoullikette handelt. Berechne die Wahrscheinlichkeiten für:
A: genau 3 Autofahrer werden geblitzt.
B: genau 15 Autofahrer halten sich an die Geschwindigkeitsbegrenzung.
C: mindestens 3 Autofahrer werden geblitzt.

(3) Berechne den Erwartungswert für die Zufallsvariable X.

(4) Zu welcher Fragestellung passt nebenstehende Rechnung? Was bedeutet das Ergebnis?

Ansatz:	$P(X \geq 1) > 0{,}99$
	$1 - 0{,}8^n > 0{,}99$
Ergebnis:	$n \geq 21$

(8VP)

c) Eine Testreihe des ADAC hat ergeben, dass 5% der Messungen fehlerhaft sind.
Wie viele Autos müssten mindestens geblitzt werden, damit die Wahrscheinlichkeit für mindestens 5 Fehlmessungen mindestens 10% beträgt? (2VP)

d) Witterungsbedingt werden im Winter weniger Tempoverstöße geahndet als im Sommer.
Die folgende Funktion beschreibt näherungsweise die Bußgeldeinnahmen für das Jahr 2015.

$f(t) = \frac{1}{7000} \cdot \left(t^4 - 32t^3 + 294t^2 - 608t + 3965\right)$ (f(t) in Mio. Euro; t in Monaten, $t = 0 \mathrel{\hat{=}} 1$. Januar)

Berechne für das Jahr 2015 die mittleren monatlichen Einnahmen der Stadt Freiburg durch Bußgelder. (2VP)

Übungsklausur Wahrscheinlichkeit (Verkehr) 11

Lösungen Pflichtteil:

1) $f'(x) = 5 \cdot \sin x + (5x+3) \cdot \cos x$ **2P**

2) $\int_0^1 (2x-1)^2 dx = \left[\frac{1}{3}(2x-1)^3 \frac{1}{2}\right]_0^1 = \frac{1}{6}(2-1)^3 - \frac{1}{6}(0-1)^3 = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \boxed{\frac{1}{3}}$ **2P**

3) a) $E(X) = 6$ (0,5P) und $E(X) = n \cdot p \Rightarrow p = \frac{E(X)}{n} \Leftrightarrow \boxed{p = \frac{6}{10}}$ (0,5P)

b) (1) $P(4 < X < 7) = P(X=5) + P(X=6) = 0{,}2 + 0{,}25 = \boxed{0{,}45}$ (1P)

(2) $P(X \neq 5) = 1 - 0{,}2 = \boxed{0{,}8}$ (1P) **3P**

4)

X	-3	2	0
Ergebnisse	3;5;7;11;13	4;6;8;10;12;14;16	9;15
P(X)	$\frac{5}{14}$	$\frac{7}{14}$	$\frac{2}{14}$

(2P)

$E(X) = -3 \cdot \frac{5}{14} + 2 \cdot \frac{7}{14} + 0 = -\frac{15}{14} + \frac{14}{14} = -\frac{1}{14} \neq 0 \Rightarrow$ Spiel ist nicht fair (2P) **4P**

5) Tipp: Baumdiagramm zeichnen

a) $P(\text{mind. 1x rot}) = 1 - P(ss) = 1 - \frac{4}{6} \cdot \frac{4}{6} = 1 - \frac{16}{36} = 1 - \frac{4}{9} = \boxed{\frac{5}{9}}$ (2P)

b) $P(\text{mind. 1x rot}) = 1 - P(ss) = 1 - \frac{4}{4+x} \cdot \frac{4}{4+x} = \boxed{1 - \frac{16}{(4+x)^2} = \frac{21}{25}}$ (1P)

Auflösen dieser Gleichung nach x:

$1 - \frac{21}{25} = \frac{16}{(4+x)^2} \Leftrightarrow \frac{4}{25} = \frac{16}{(4+x)^2} \Leftrightarrow (4+x)^2 = 100 \Rightarrow \boxed{x = 6}$ (1P) **4P**

Summe: 15 Punkte

Lösungen Wahlteil:

a) (1) $P(\text{grün},\text{grün}) = 0{,}7 \cdot 0{,}7 = \boxed{0{,}49}$ (1,5P)

(2) $0{,}58 = 0{,}7 \cdot P(\text{grün}) \Leftrightarrow P(\text{grün}) = \boxed{0{,}83}$ (1,5P) **3P**

b) (1) Jedes Fahrzeug wird mit der gleichen Wahrscheinlichkeit von 0,2 geblitzt.
Es gibt nur zwei mögliche Ausgänge: „Geblitzt“ und „Nicht geblitzt“
Die einzelnen Geschwindigkeiten der Autos sind voneinander unabhängig. (1P)
$\boxed{n = 20; p = 0{,}2}$ (1P)

(2) $P(A) = P(X = 3) = \boxed{0{,}205}$ (1P)

$P(B) = P(X = 5) = \boxed{0{,}175}$ (1P)

$P(C) = P(X \geq 3) = 1 - P(X \leq 2) = \boxed{0{,}794}$ (1P)

(3) $E(X) = n \cdot p = 20 \cdot 0{,}2 = \boxed{4}$ (1P)

(4) Wie viele Autos müssen mindestens gemessen werden, damit mit einer Wahrscheinlichkeit von mehr als 99% ein Auto geblitzt wird? (1P)
Das Ergebnis gibt an, dass mindestens 21 Autos gemessen werden müssen. (1P) **8P**

c) X = Anzahl der fehlerhaften Messungen.
X ist $B(n; 0{,}05)$ – verteilt.
$P(X \geq 5) \geq 0{,}1 \Leftrightarrow 1 - P(X \leq 4) \geq 0{,}1 \Leftrightarrow P(X \leq 4) \leq 0{,}9$

n	$P(X \leq 4)$
49	0,9030
50	0,8964

Mindestens 50 Autos müssten geblitzt werden. **2P**

d) $\frac{1}{12}\int_0^{12} f(t)\,dt = \frac{1}{12} \cdot 8{,}147 = 0{,}679 \Rightarrow \boxed{678.885€}$ mittlere monatliche Einnahmen. **2P**

Summe: 15 Punkte